

## Suppression Effect on Explosive Percolation

스미기(Percolation) 현상은 전도성이 있는 매질이 일정 비율 이상 분포하면 시스템의 양 끝을 연결하는 대형 클러스터가 형성되고, 이것이 전류 길을 형성해서 시스템 양 끝 사이에 전류가 통하게 되는 현상을 일컫는다. 이때 대형 클러스터가 시스템의 양 끝을 연결하는 것이 마치 액체가 종이에 스며들어 투과하는 것과 유사한 형상을 띠기 때문에 스미기 현상이라는 이름이 붙여졌다. 스미기 현상의 연구에서는 대형 클러스터가 매질의 비율이 커짐에 따라 어떻게 성장하는가에 대해 관심을 가지는데, 일반적으로 임계점을 전후로 연속 상전이 현상을 보인다는 것이 알려져 있었다.

복잡계 네트워크에서는 공간이라는 개념이 설정될 수 없기 때문에 스미기 현상은 링크의 밀도가 증가함에 따라 거시적인 크기의 클러스터가 형성되는 현상을 일컫는다. 이러한 네트워크에서 일어나는 스미기 전이도 평균장 이론으로 기술되는 연속 상전이 현상을 보인다.

그러나 2009년에 사이언스지에 불연속 스미기 상전이 현상에 대한 논문이 처음으로 소개되었다. 이 논문에서는 네트워크 분야에서 쓰이는 대표적인 스미기 모델 중 하나인 에르되스-레니 모델을 약간 변형한 모델(ERPR)을 소개하였고, 이 모델이 전이점 근방에서 폭발적인 상전이(Explosive Percolation)를 일으키는 것을 소개하였다. 간단한 수치적인 논의를 통해 이 논문에서는 이 폭발적인 전이가 불연속 상전이라고 소개하였다.

이 모델에서 사용된 핵심 아이디어는 대형 클러스터의 발전을 억제시키는 데 있다. 에르되스-레니 모델에 클러스터들의 성장을 억제시키는 요소를 집어넣고, 전이점을 늦춘다. 그리고 그동안 성장이 억제된 클러스터들은 늦춰진 전이점에서 마치 기다렸다는 듯이 폭발적으로 결합한다. 이러한 억제 효과(Suppression effect)는 폭발적인 전이를 위한 필수 조건이다.

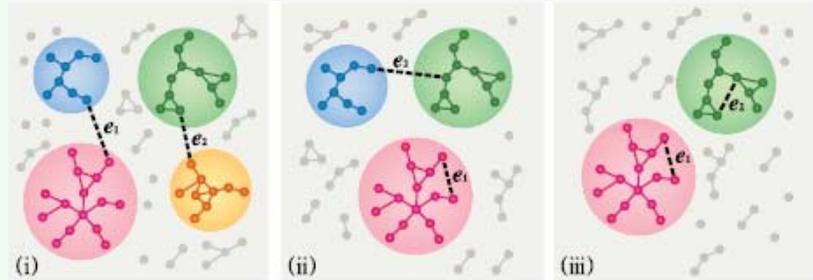


그림 1. ERPR 모델에서 링크 후보들이 가질 수 있는 세 가지 경우. (ii)의 경우에 억제 효과가 제대로 발현되지 못한다.

그러나 이 폭발적인 전이가 정말로 열역학적인 극한에서 불연속적인가에 대한 의문이 있었다. 이 의문에 답하기 위해 수치적 및 해석적인 분석이 시도되어졌고 열역학 극한에서 연속적 상전이 현상을 보인다는 주장이 있었다.

우리는 ERPR 모델에서 억제 효과가 제대로 발현되고 있는지 조사하였다. 이 모델에서는 후보 링크 두 개를 뽑고 두 개의 후보 클러스터의 성장을 덜 시키는 후보를 골라서 연결시킨다. 이때 양쪽의 클러스터를 연결하는 클러스터 크기의 곱을 비교해서 곱이 작은 후보를 고른다. 그림 1을 보면 (ii)번 경우에 이 규칙을 따를 경우 2번 후보

가 선택되어서 억제효과가 제대로 발현되지 못함을 알 수 있다. 따라서 우리는 (iii)번 경우에 강제로 1번 후보가 선택되도록 모델을 변형시켰다.

또한 후보끼리 곱을 비교하게 되면, 곱이 작더라도 양쪽에 연결시키는 클러스터의 합이 더 클 수 있기 때문에 곱 대신 합을 비교하도록 만들었다. 이렇게 억제 효과가 제대로 발현되지 못하는 요소를 모두 제거한 모델이 과연 일차 상전이의 모습을 보이는지 확인하였다.

신기하게도 시뮬레이션 범위 내에서는 서로 다른 크기의 대형 클러스터들이 한 점에서 모이는 것처럼 나타났다. 이것은 억제 효과가 제대로 발현되면 일차 상전이의 가능성이 나타남을 의미하는 결과이다.

불연속 스미기 상전이는 자연스러운 모델에 인위적인 억제효과가 작용했을 때 생기는 현상이다. 이것은 소셜 네트워크에서 독재자가 집단의 형성을 인위적으로 억제했을 때 언젠가는 대형 집단이 갑작스럽게 생길 수 있는 것을 의미하므로, 학제간 연구 분야에서 많은 응용 가능성을 내포하고 있다.

본 연구결과는 비평형계에서 일어나는 상전이 현상의 연속 또는 불연속성이 모델의 동역학적 룰에서 억제효과가 완벽히 지켜져야 한다는 것을 보였으며 비평형계의 불연속 상전이 현상이 일어나는 기본적인 기작을 제시했다는 면에서 중요한 가치가 있다고 할 수 있다.

조영설(서울대), 강병남(서울대), Phys. Rev. Lett. **107**, 275703 (2011).

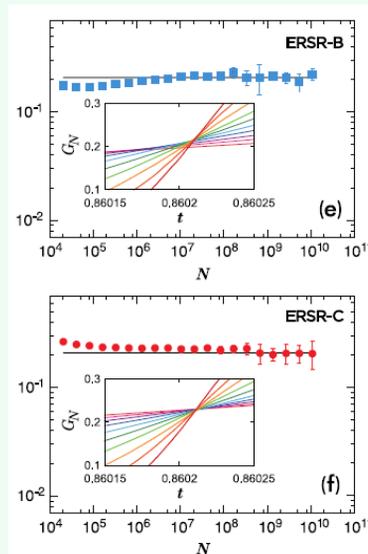


그림 2. 억제 효과를 방해하는 요소를 완전히 없앤 후에, 시스템 사이즈에 따라 대형 클러스터의 행동이 어떻게 달라지는지 조사하였다. 시뮬레이션 범위 내에서는 일차 상전이처럼 한 점에서 모이는 경향이 보인다.