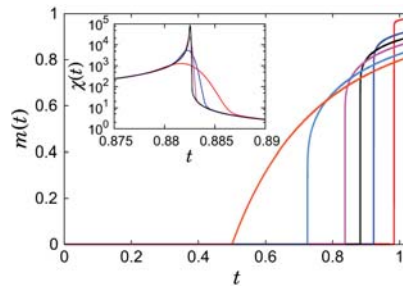


## Hybrid Percolation Transition in Cluster Merging Processes: Continuously Varying Exponents

하이브리드 상전이 현상은 하나의 임계점에서 일차 상전이와 이차 상전이가 동시에 일어나는 현상을 의미한다. 다시 말해서 질서 변수가 불연속적으로 성장하는 동시에 질서 변수가 연속적으로 형성되면서 일으키는 것으로 알려진 다양한 척도 현상들이 하나의 임계점에서 동시에 관측된다. 이러한 흥미로운 성질을 지닌 하이브리드 상전이 현상은 다양한 시스템에서 연구가 되어 왔으며, 특정한 조건을 만족하는 구라모토 동기화 모형, k-core 스미기 전이 현상, 서로 의존하는 네트워크들에서의 스미기 전이 현상, 특정 상호 작용을 하는 스핀 시스템 등 다양한 시스템에서 이 현상이 발생하는 것이 알려져 있다. 강병남 교수 연구팀은 이번 연구를 통해 클러스터가 결합하면서 성장하는 경우에 생기는 하이브리드 상전이 현상을 처음으로 소개하였다.

클러스터들이 서로 결합하면서 성장하는 과정은 다양한 자연 현상 및 사회 현상을 묘사할 수 있다. 이러한 과정을 이론적으로 이해하기 위해 일반적으로 클러스터들이 특정한 규칙을 따라 서로 결합하면서 성장하는 모형을 사용해서 어떠한 거시적인 성질이 관측되는지 연구된다. 특별히 이번 연구에서는 거시적인 크기의 클러스터가 임계점에서 등장하는 스미기 전이를 다룬다. 이러한 전이는 전염병이 갑자기 대규모로 유행하는 현상, 전도 물질의 밀도가 증가함으로써 두 도체 판 사이에 전류 길이 형성되는 현상, 사회 네트워크에서 거시적인 집단의 형성 등과 같은 상황을 잘 묘사할 수 있다. 이러한 클러스터 결합과정에서의 스미기 전이 현상은 다양한 모형을 통해 오랜 기간 연구되어 왔다.

2009년에 사이언스지에 실린 논문에서 큰 클러스터들이 다른 클러스터들과 결합하는 것이 의도적으로 억제될 때, 불



▲ 클러스터 결합 과정에서의 하이브리드 스미기 전이 현상. 바깥쪽 패널에서와 같이 대형 클러스터가 불연속적으로 형성되며, 연속 스미기 전이의 현상으로 알려진 susceptibility에서의 척도 현상이 같은 임계점에서 동시에 발견된다 (안쪽 패널).

연속 스미기 전이가 가능하다는 것이 소개되었다. 이러한 억제 효과는 대형 클러스터의 형성을 늦추는 결과를 가져오고, 그 동안 성장이 억제되었던 중간 크기의 클러스터들이 임계점에서 갑자기 결합하면서 대형 클러스터가 폭발적으로 형성되도록 한다. 하지만 이 논문에서 소개한 모형은 수치적인 결과만을 불연속성의 증거로 내세웠고, 후속 연구를 통해 이 모형에서 나타나는 전이는 사실 연속 전이임이 밝혀졌다. 이후 폭발적인 스미기 전이를 보이는 많은 모형들이 소개되었으며, 억제 효과가 충분히 발휘되는 모형의 경우 불연속 스미기 전이가 발생한다는 것이 확인되었다.

우리는 그동안 소개된 몇 가지의 불연속 스미기 전이 모형들을 심도 있게 살펴보고, 그 중 한 가지 모형에서 하이브리드 스미기 전이의 가능성을 발견하였다. 이 모형에서는 먼저 클러스터들을 작은 크기순으로 나열한 후에 작은 클러스터로 분류되는 클러스터들이 우선적으로 다른 클러스터와 결합해서 성장할 수 있도록 한다. 이러한 규칙은 금융 공황 위기가 오기 전에 정부가 재정상태가 불안정한 금융 기업체들을 의도적으로 다른 기업체와 병합시키는 상황을 묘사하는 것으로 볼 수 있다. 또한 작은 클러

스터로 분류되는 클러스터들의 양을 조절함으로써 가장 작은 크기의 클러스터가 우선적으로 다른 클러스터와 연결되는 정도를 조절할 수 있으며, 그 정도가 커짐에 따라 큰 클러스터들의 성장이 더욱 억제되어 임계점에서 대형 클러스터가 더 큰 폭으로 불연속적으로 형성되도록 만든다.

우리는 이 모형에서의 스미기 전이임이 하이브리드 스미기 전이임을 확인하기 위해 임계점에서의 척도 현상의 유무를 조사하였다. 흥미롭게도 대형 클러스터가 불연속적으로 형성된 직후 나머지 클러스터들의 크기 분포가 멱함수의 꼴을 가지는 것을 확인하였으며, 연속 스미기 상전이에서 관측되는 모든 척도 지수들이 클러스터 크기 분포 지수에 의해 결정되는 것이 발견되었다. 이러한 관계는 해석적인 방법을 통해 유도되었으며 시뮬레이션을 통해 이 관계식이 성립하는 것을 확인하였다. 또한 큰 클러스터의 성장을 억제하는 효과가 커짐에 따라 임계점에서의 클러스터 크기 분포 지수가 줄어들며, 나머지 크기 분포 지수들도 관계식에 따라 변하는 흥미로운 성질이 관찰되었다.

강병남 교수 연구팀은 이번 연구를 통해 클러스터 결합 과정에서의 하이브리드 스미기 전이 현상을 처음으로 소개하였고, 척도 지수들이 매개 변수에 따라 변하는 흥미로운 성질을 발견하였다. 여기에서 보이는 하이브리드 스미기 전이 현상의 보편적인 메커니즘은 다양한 하이브리드 전이 현상을 이해하는데 기여할 것이라고 기대된다.

조영설(서울대), 이재성(고등과학원), H. J. Herrmann (ETHZ), 강병남(서울대), Phys. Rev. Lett. **116**, 025701 (2016).