AdP10.04.14

Special Theory of Relativity (I)

Newton's 2nd law

momentum change rate
= Force

$$p = mv$$

↑ is this really constant?

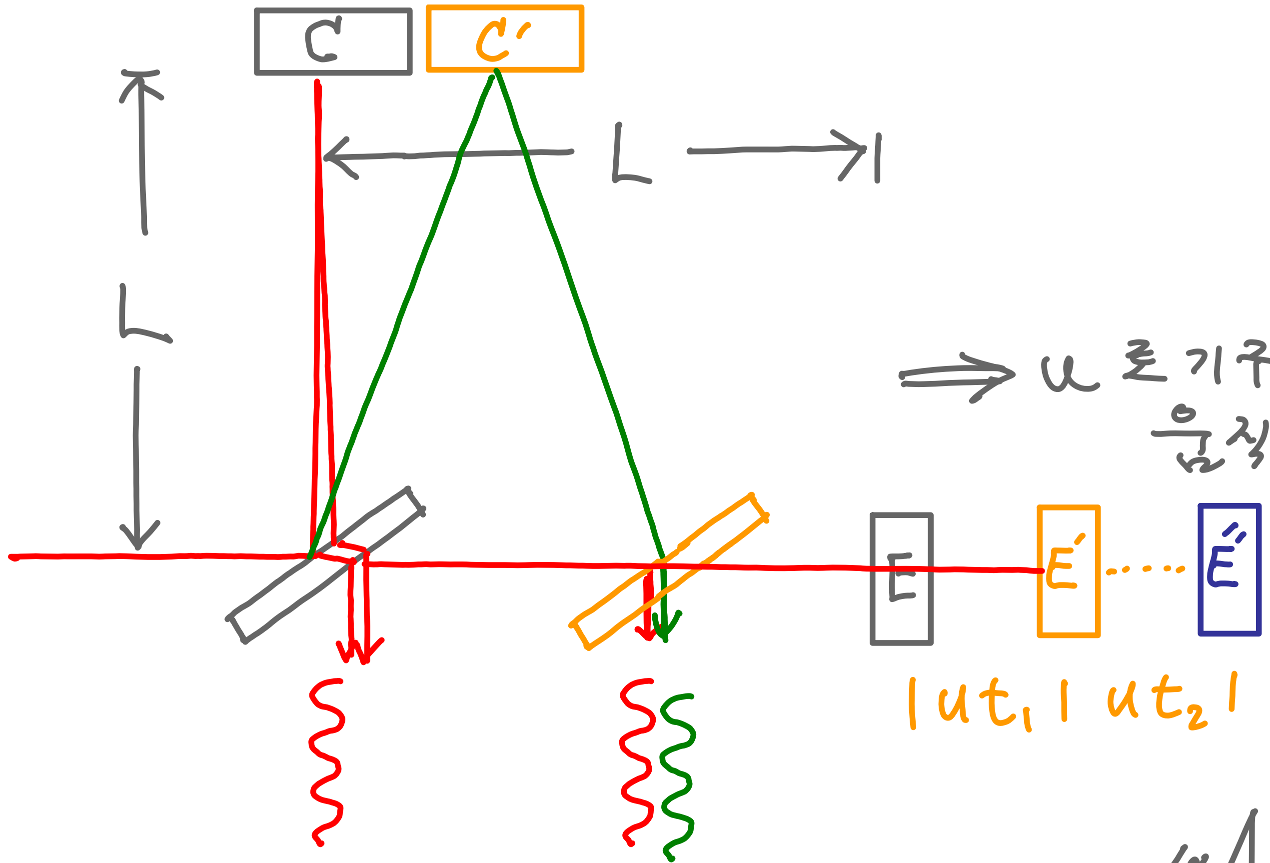
Einstein says

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

All these started with
Maxwell & Michelson-Morley

The Michelson-Morley experiment 1887

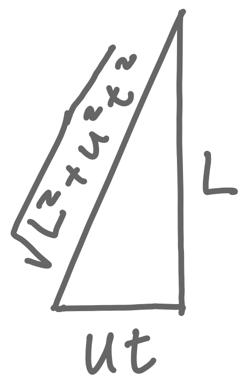
It is tempting to measure the absolute velocity of Earth, if it can be done.



⟹ u로 지구가 움직인다.

움직이지 않았다면 in phase

움직였으면 out of phase



∴ 지구에서 u를 잴 수 있다.

Big question: what is a large velocity to check the travel?????

Use light, since c is quite large.

If there is any mean to send a signal faster than light, we will use that. But at the moment we do not have such a signal.

Even if c is not constant, measuring $u \ll c$, it is OK to assume c = constant in this limit.

So for the problem of $u \ll c$, we treat c = constant.

t_1 : time to hit the parallel mirror E

$$ct_1 = L + ut_1 \Rightarrow t_1 = \frac{L}{c-u}$$

t_2 : time to return from the mirror E

$$ct_2 = L - ut_2 \Rightarrow t_2 = \frac{L}{c+u}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2cL}{c^2 - u^2} = \frac{2L/c}{1 - u^2/c^2}$$

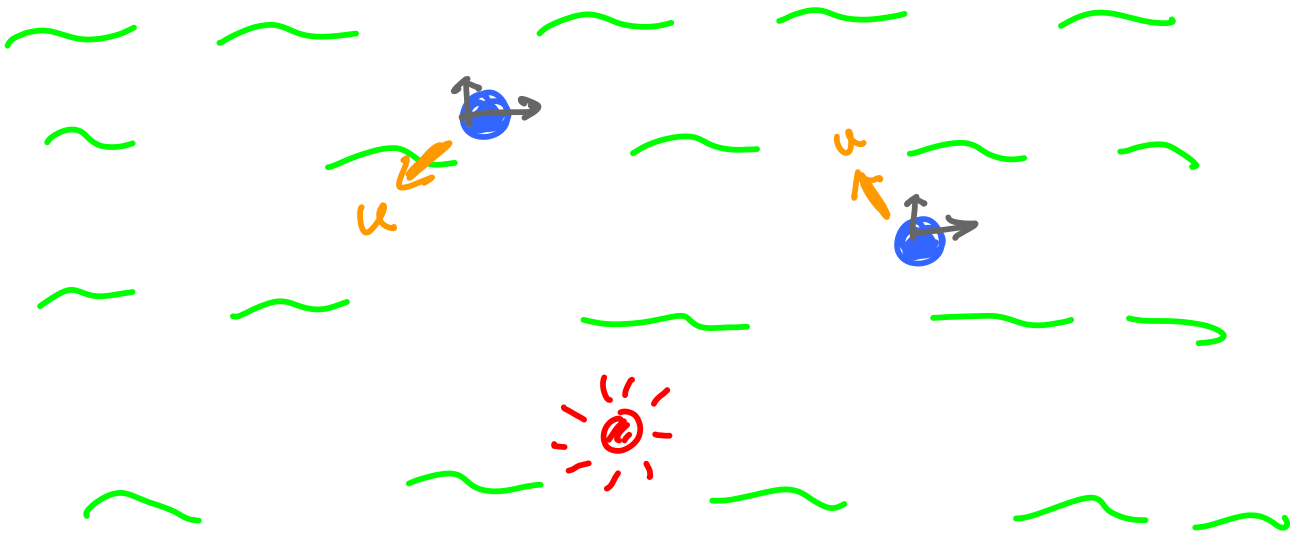
t_3 : time to travel to the vertical C

$$t_3 = \sqrt{L^2 + u^2 t_3^2}/c, \quad c^2 t_3^2 - u^2 t_3^2 = L^2$$

$$2t_3 = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

서로 다르므로 interfere.

비록 hor & ver distances 를 정확하게 L로 못 맞추었더라도 별문제는 없다. 어느 때 완전 constructive interference 가 되도록 기구를 맞추어 놓았으면



공전, 자전 할 때 interference 효과가 나타나는 것을 1년, 24시간 측정값으로부터 볼 수 있을 것이다.

그러나, NULL RESULT !!!
No interference observed.

A funny rule was introduced by Lorentz,

Lorentz contraction: in the direction of u, length looks contracted to

$$L = L_0\sqrt{1-u^2/c^2}$$

: c가 u에 비해 아주 크므로 우리 계산은 OK

Since vertical length is not contracted,
$$2t_3 = \frac{2L/c}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

But horizotal length is contracted, so

$$t_1+t_2 = \frac{2L/c}{1-u^2/c^2} \times \sqrt{1-u^2/c^2} = \frac{2L/c}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$\therefore$ No interference.

Actually,

$$\sqrt{(1-u/c)(1+u/c)}$$
$$\downarrow$$

$$t_1 = \frac{L\sqrt{1-u^2/c^2}}{c-u} = \frac{L/c}{1-u/c}\sqrt{1-u^2/c^2}$$
$$= (L/c)\sqrt{\frac{1+u/c}{1-u/c}}$$

$$t_2 = \frac{L\sqrt{1-u^2/c^2}}{c+u} = (L/c)\sqrt{\frac{1-u/c}{1+u/c}}$$

$$\boxed{t_1 + t_2 = 2t_3}$$

The Lorentz contraction looks very artificial, just to explain the MM exp. God may have a conspiracy for humans to be unable to detect the absolute velocity.

Poincare : If the conspiracy is there, not violated by any other phenomena ⟹ That conspiracy itself is a law of nature!!!...

특수상대성이론이 알려진 후 주어 "상대론"은 일반인들로 쉽게 이용하게 되었다.

Cocktail party philosophers : 특히 철학자들에게 "상대론"은 빼 놓을 수 없는 좋은 item 이었고, 옛날 부터 알려진 코끼리를 이해하는 장님들의 이야기에서 처럼, 인간이 이해하는 것도 상대적이라는 논리를 제공했다.

물리학자들이 상대론을 이야기해 주고 그 고민을 철학자에게 이야기했으면, 그들은 관측은 상대적인 것이라고 이야기 했을 것이다. "지나가는 사람을 오는 쪽을 보는 것과는 가는 쪽을 보는 것이 다르다. ∴ 상대적이지 않은가?" 이 정도의 논리가 철학자들의 논리이다.

우리가 "갇혀진 방속에서는 절대로 우리가 움직이는지 아닌지를 알 수 없다"고 이야기하면, 철학자들은 "물론 그렇다"고 쉽게 대답한다. 그러나, 얼마나 깊이 이야기 할 수 있는가? 그리스 시대 이후 철학자들의 논리는 이러한 깊이가 없었고 말의 잠난이었는가?

철학자라 하지 않더라도 갇혀진 방에서는 속도를 알 수 없음이 자명하다. 무엇에 비해서? 이것이 상대론인가?
"그들은 서로 다른 주기로 가는 시계를 설명할 수 있었는가? μ 입자가 2.2 μs 살지만 다른 움직이는 시간이 변하면 훨씬 오래 산다는 것을 관측자의 관점에 의한 상대적이 되는 것을 뛰어 넘어 이야기할 수 있는가?"
물리학에서 상대론이라 하는 실험으로 증명할 수 있는 이야기를 말한다.
그리고 실험으로 검증이 되었다.
철학의 설 자리는? "人文: 사람이 사는 방법, 거짓말하지 않고"

논리로서 상대론은 Newton 의 시대에도 있었다. "Galilian relativity" 그런데 이 Galilian relativity 를 test 할 motivation 이 없었다. Maxwell 방정식에 의한 전자기파의 방정식이 알려지고 나서야 "왜?" 에 대한 질문을 하고 Michelson-Morley 실험, Lorentz contraction 등의 현상을 알게 되었다. Maxwell 방정식은 전자기파의 속도를

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m \cdot s/C$$

$$(\varepsilon_0 \mu_0)^{-1} = \frac{10^{19}}{(8.85 \times 4\pi)} \frac{N \cdot m}{C \cdot T \cdot s}$$

$$F = qvB \quad \therefore \frac{N}{C \cdot T} = \frac{m}{s}$$

$$(\varepsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}} = (10^8 m/s)\left(\frac{1000}{8.85 \times 4\pi}\right)^{1/2}$$

$$c = 2.9986 \times 10^8 \ m/s$$

ε_0, μ_0, c 는 한식에 의해 관계됨.

$\therefore \mu_0$ = definition 으로 택함.

$$\frac{1}{C} = \frac{m}{s}\,\frac{T}{N} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{s^{\cancel{2}}}{kg \cdot \cancel{m}} \cdot T$$

$$1\,eV = 1.6\times10^{-19}\,J = 1.6\times10^{-19}\,kg\,m^2/s^2 = 1.78\times10^{-36}\,kg$$

$$kg = 5.63\times10^{35}\,eV$$

$$s = 1.519\times10^{24}\times(10^9 eV)^{-1} = 1.519\times10^{15}\,eV^{-1}$$

$$C = \frac{kg}{s\cdot T} = \frac{5.63\times10^{35}\ \cancel{eV}}{1.519\times10^{15}\,\cancel{eV^{-1}}\,(196\,\cancel{eV^2})}$$

$$= 1.89\times10^{18}$$

$$e = \sqrt{4\pi\alpha_{em}} = 0.303$$

$$e = 1.6\times10^{-19}\,C$$

Einstein's postulate of relativity

① Relativity principle :

physical laws look the same for observers in all initial reference frame.

Einstein made this postulate

② Speed of light c = constant

We started c = very large. Then observed that c = the largest one

Special Theory of Relativity (II)

Lorentz transformation:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Then $$x_1' - x_2' = \frac{x_1 - x_2 - u(t_1 - t_2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad ①$$

$$t_1' - t_2' = \frac{t_1 - t_2 - \frac{u}{c^2}(x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad ②$$

O가 보기에 $t_1 = t_2$로 막대를 본다고 생각

$$x_1 - x_2 = \sqrt{1 - u^2/c^2}\,(x_1' - x_2')$$

O'이 잰거리)

② + ① $\frac{u}{c^2}$: $$t_1' - t_2' = \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}(t_1 - t_2)$$

$$t_1 - t_2 = \frac{t_1' - t_2'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \left(\frac{u}{c^2}(x_1' - x_2')\right)$$

O' 보는 시계

O가 보는 시계

0 if O' considers the same point

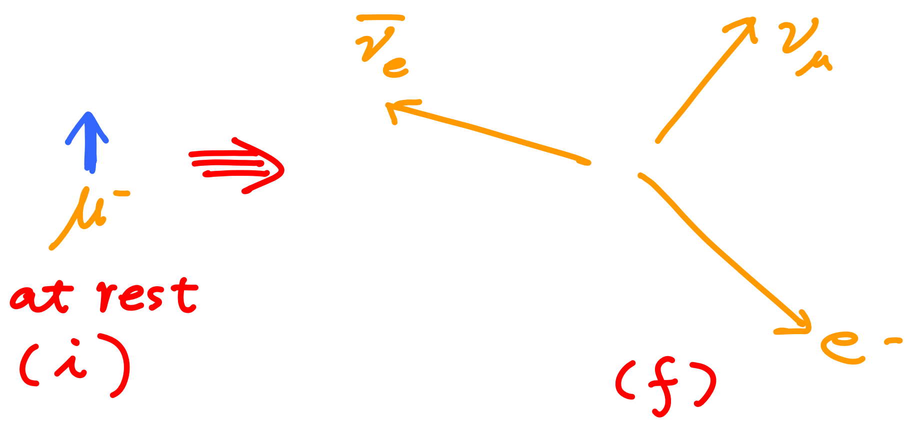
따라서 Lorentz transformation은 Lorentz contraction과 Time dilation을 제대로 설명

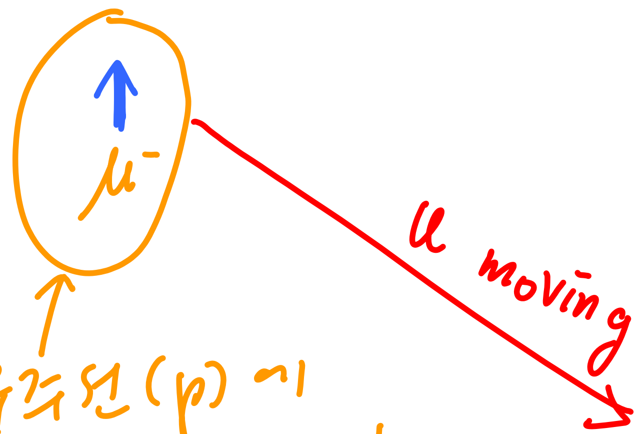
실험적 증명

μ : Lifetime $= 2.2\times10^{-6}\,s$

$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ decay

by weak interaction.





우주선(p)에 의해 대기(10km) 상층부에서 생성된 후

빛의 속도로 가도

$2.2\times10^{-6}\times3\times10^{8}\,m$

$\approx 6.6\times10^{2}\,m$

밖에 travel

그러나 땅속까지 들어 감.

만약 10km 라면 우리 봤을때는 $\dfrac{10\times10^{5}}{6.6\times10^{2}}$

$\gamma = 1.5\times10^{3}$ $\therefore u \sim c$.

따라서 relativity가 맞음은 증명됨

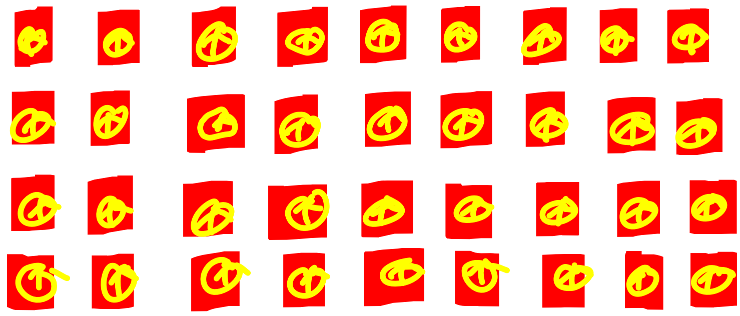
Simultaneity ? 동시성 ?

$(\vec{x}, t)$ 의 좌표값

좌표계를 잡는 것은 우리의 도전의식!!

$(\vec{x}, t)$ 는 어떻게 ?

Space-time coordinate



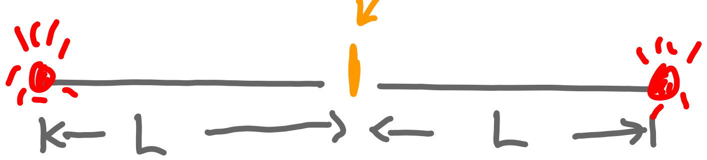
원칙적으로 가능!
(머릿 속)

Galileo 상대론: $v+u$ 로 • 은 움직일것이다.

event 두개가 동시에 일어났다고 어떤 경우 주장할 수 있을까? "Gedanken Experiment"

기차에 탄 사람 :

이렇게 같은 시간에 도착하면 동시에 두 event가 일어났다 주장한다



이것을 다르게 같이 살펴 보자

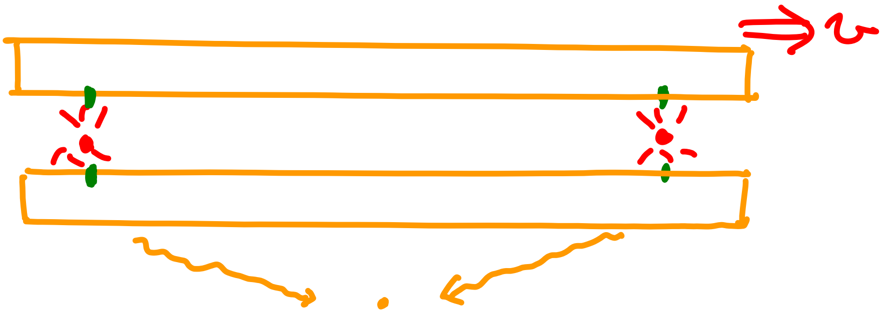
안에서 본 사람 (O′) : 다른 시간에 도착하나, 결국 자기시간을 놓면 동시라고 판단할 것이다.

밖에서 본 사람 (을): 뉴턴 역학의 경험에 근거해서

왼쪽 event로 부터의 연락이 먼저 온다:

(O) "동시에 두 event가 일어나지 않았다"고 은 생각할 것이라고 판단한다.

(O′) 본인은? : "동시"라고 판단한다.



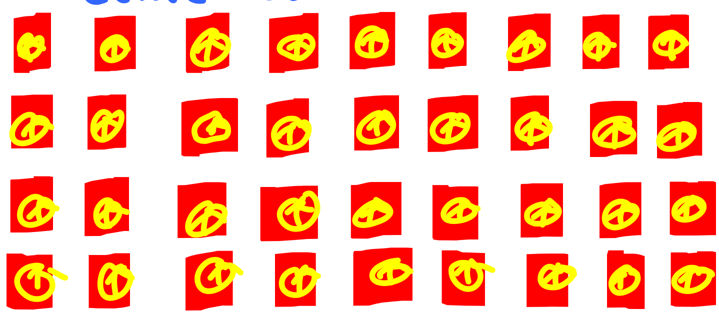
이것이 문제다.

동시성 판단에 모순이 있었다. 이 동시성을 어떻게 오해야 하는가?

$(\vec{x}',t)$ 는 space-time coordinate

절대좌표계 (ether)에서

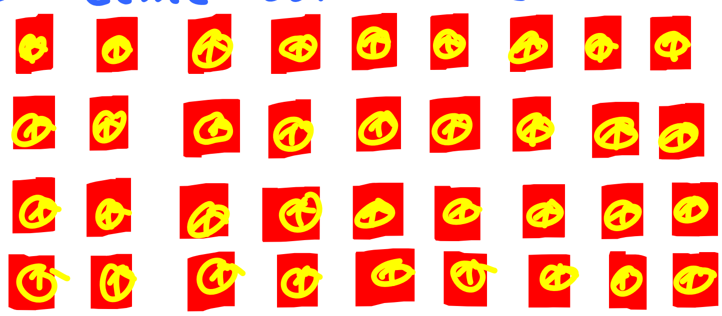
(O′)이 본 좌표계



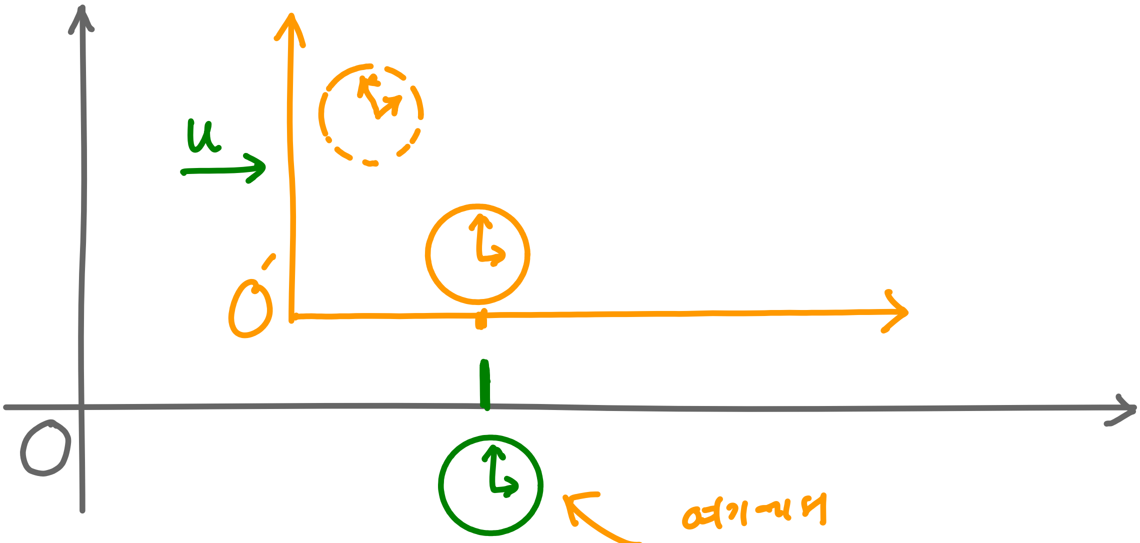
이렇게 했더니 동시성에 문제가 생겼다. 아마도 시간 좌표도 달라서 동시성은 절대 개념이 아니다.

$(\vec{x}',t')$ 는 space-time coordinate

(x',t')



동시에 대해 이야기할 수 있는 것은 단지,



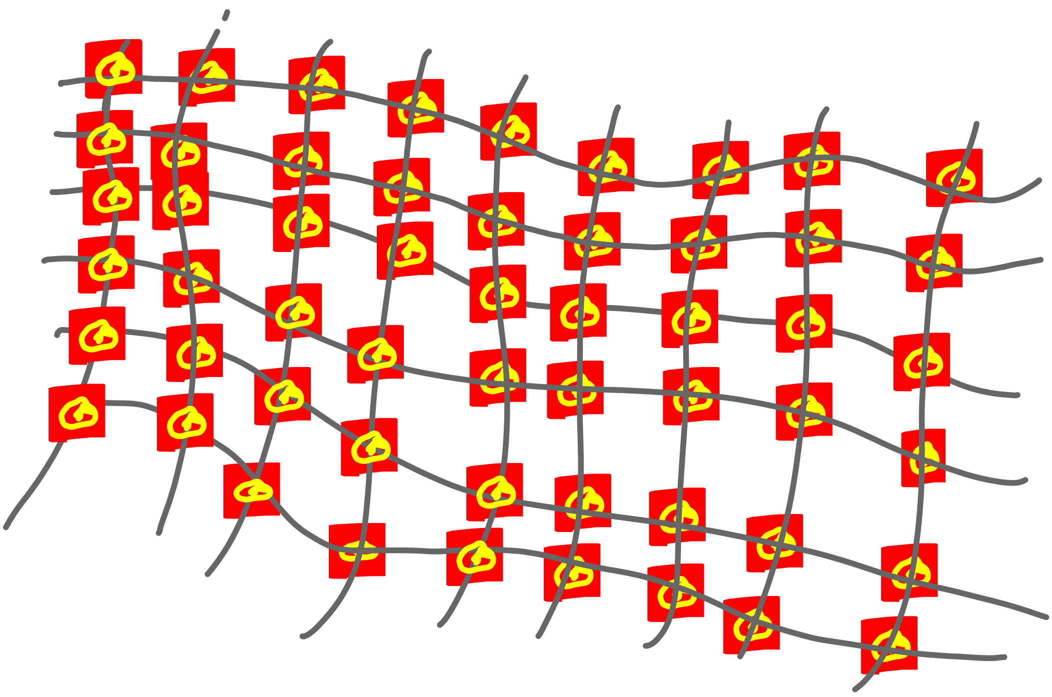
여기에서
같은 점에
있을 때
동시성을
논할 수
있다.

비록 는 동시라
해도 움직이는 시계는

$$t_2' - t_1' = \frac{u(x_1 - x_2)/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$x_1 = x_2$ 일 때에는 동시라고 AGREE!

따라서, simultaneity는 space-time의
어느 점 근방에서만 논한다.



space-time
에는 그
점에 맞는
시계를
놓는다.

Four vectors

앞의 Lorentz transformation을 보면, close property를 안다.

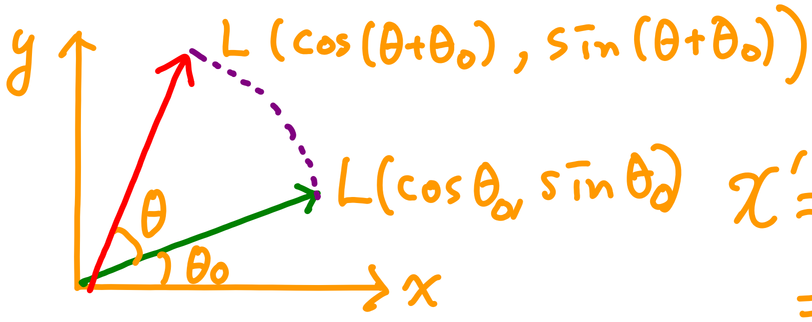
$$\boxed{\begin{aligned}&\text{Lorentz transformation:}\\ &x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ &y' = y\\ &z' = z\\ &t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}}$$

수학적 연산의 기초

$$\left.\begin{aligned}&\text{정수(연산)정수} \longrightarrow \text{정수}\\ &\text{vector(연산) vector} \longrightarrow \text{vector}\end{aligned}\right\}\ \text{close}$$

여기에 대칭성이 도입된다. 강체의 2점 사이의 거리는 공간상에서 아무리 돌려도 변함이 없다. 즉, $(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2=L^2$

2차원의 예 : O(2)



$$x' = L(\cos\theta\cos\theta_0 - \sin\theta\sin\theta_0)$$
$$= x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = L(\sin\theta\cos\theta_0 + \cos\theta\sin\theta_0)$$
$$= x\sin\theta + y\cos\theta$$

$x'^2+y'^2 = x^2+y^2 =$ 거리는 일정

∴ O(2) rotation 에서는 두점 사이의 거리는 scalar 양이고 어느 O(2) rotated 된 좌표계에서도 같다.

224면

Lorentz transformation:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

에 대해서도 2번 rotation을 도입할 수 있는가? $O(4)$? 4차원?

$$\boxed{O(3,1)}$$

$$\vec{x}'^2 - (ct')^2 = \frac{(x-ut)^2 - (ct - \frac{u}{c}x)^2}{1 - u^2/c^2} + y^2 + z^2$$

$$= \frac{x^2 + (ut)^2 - (ct)^2 - \frac{u^2}{c^2}x^2}{1 - u^2/c^2} + y^2 + z^2$$

$$= \vec{x}^2 - (ct)^2 = \text{스칼라.}$$

두 점 사이 거리가 보존된다.

↑ $O(3,1)$ ↑ −를 곱해 더한다.

이렇게 해서 시간 t도 3차원 공간 (x, y, z)와 함께 4차원을 이룬다.

(x_0, x_1, x_2, x_3) : 원점부터 x까지 거리는 $x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$

$x_0 \to ct$, $x_1 \to x$, $x_2 \to y$, $x_3 \to z$

이제 Newton 역학의 법칙을 살펴보자.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \leftarrow \frac{dm\vec{v}}{dt}$$

$\vec{p} \leftrightarrow m\vec{v}$ 가 대응된다.

m이 상수라면, $\vec{F}$를 자주 자주 가하면, v가 증가해서 c를 넘게 된다.

우리의 가설은 $v \leq c$ 이었다.

실험적으로 증명되었다.

우주선으로부터 μ 의 lifetime 측정

m은 상수일 수가 없다.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

: 힘을 아무리 가해도 $u \to c$ 에 가까이 갈수록 소진함

왜 이런 형태가 되어야만 하는가?

단위 : $[E] = [pv] = [mv^2]$

3차원 대칭 O(3)에서 $\vec{x}$ 의 길이가 $\vec{x}^2$.

4차원에서 $\vec{p}$는 어디에 속하는가?

(p^0, p^1, p^2, p^3)

$(E, p^1 c, p^2 c, p^3 c)$

단위를 맞춤

E가 $\vec{p}$와 같이 4차원 vector를 이룬다고 볼 수 밖에 없다.

상수

4次元 scalar :

Lorentz transformation:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$p' = \frac{p - uE/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$E'/c = \frac{E/c - up/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$p' = 0$: O'이 정지해 있다고 생각하는 것.

$p = \frac{u}{c} E$

$E'^2 = m_0^2 c^4$, $E' = m_0 c^2$ rest energy

$$\frac{E'}{\cancel{c}} = \frac{E/\cancel{c} - (u^2/c^2)E/\cancel{c}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$E = \frac{E'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \Rightarrow E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} c^2$$

$$E = mc^2,$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = m_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \cdots\right)$$

$$v \ll c \longrightarrow m_0 + \frac{1}{2} m_0 \frac{v^2}{c^2}$$

우리가 보았던 운동에(너지)

이 질량의 유도는 $\vec{F}$를 가해 일을 해 준 것으로 계산할 수 있는데, $E=mc^2$ 을 받아들이면,

상수가 변하지 않는다.

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\frac{dm\vec{v}}{dt}$$

$$c^2\frac{dm}{dt} = v\frac{dmv}{dt}$$

$2m \otimes$

$$c^2\frac{dm^2}{dt} = \frac{d}{dt}(m^2v^2)$$

$$\therefore c^2m^2 = v^2m^2 + A$$

integration constant

$$v=0,\quad m\to m_0,\quad A = m_0c^2$$

$$m^2 = \frac{v^2}{c^2}m^2 + m_0^2$$

$$m^2 = \frac{m_0^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

질량 m의 에너지 $= mc^2$

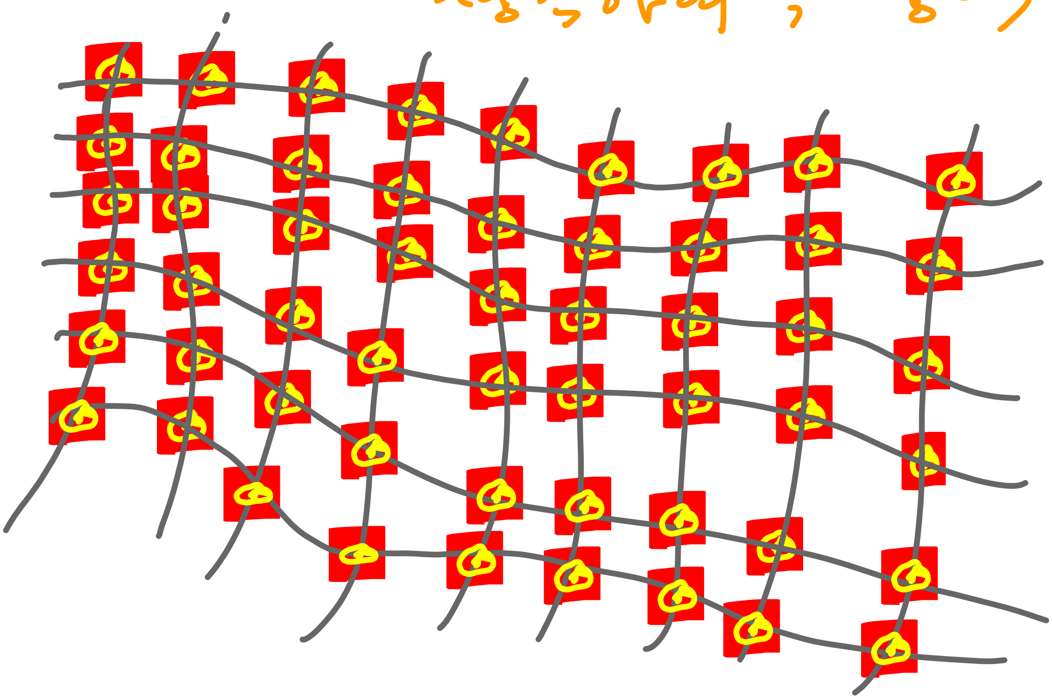
Δm이 에너지가 되면 $E = \Delta m c^2$을 얻는다.

AdP10. 04.19

Space-time

Twin paradox

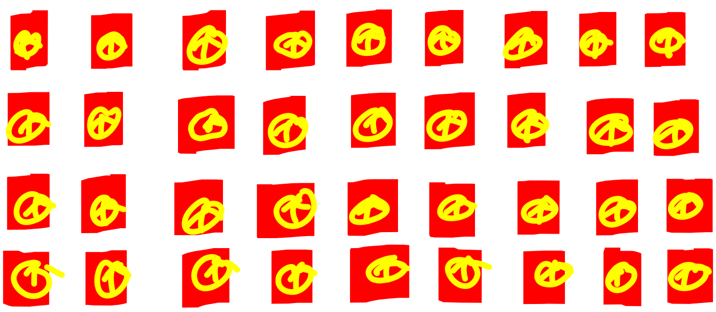
Curved space 에서도 space-time을 생각하여, 중력을 얻다. (1915)



Flat space (Minkowski space) 에서

(x, t)

(x', t')



Flat space 에서

Lorentz transformation:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

everything is relative

등동함

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$\boxed{O(3,1)}$ Minkowski space

$$\vec{x}'^2 - (ct')^2 = \frac{(x-ut)^2 - \left(ct - \frac{u}{c}x\right)^2}{1 - u^2/c^2} + y^2 + z^2$$

$$= \frac{x^2 + (ut)^2 - (ct)^2 - \frac{u^2}{c^2}x^2}{1 - u^2/c^2} + y^2 + z^2$$

$$= \vec{x}^2 - (ct)^2 = \text{스칼라.}$$

두점사이 거리가 보존된다.

$O(3,1)$

− 을 곱해 더한다.

m은 상수일 수가 없다.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

: 힘을 아무리 가해도 $u \to c$ 에 가까이 갔은로써 소화할 수 있다.

그런데 왜 이런 형태가 되어야만 하는가?

m은 변하는 것으로 택했으니까, m_0는 상수

상수이면 4차원 상수.

단위 : $[E] = [pv] = [m_0 v^2]$

$$E \qquad pc \qquad m_0 c^2$$

3차원 대칭 $O(3)$에서 $\vec{x}$ 의 길이가 $\vec{x}^2$. L^2

4차원에서 $\vec{p}$는 어디에 속하는가?

(p^0, p^1, p^2, p^3)

(E, p^1c, p^2c, p^3c)

단위를 맞춘

E가 $\vec{p}$와 같이 4차원 vector를 이룬다고 볼수 밖에 없다.

상수

4차元 scalar :

$m_0 = 0 \Rightarrow E = pc$; 빛 같은 질량이 0 인 입자

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\text{Lorentz transformation:} \\ &cp_1' = \frac{cp_1 - \frac{u}{c}E}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \\ &cp_2' = cp_2 \\ &cp_3' = cp_3 \\ &E' = p_0' = \frac{E - \frac{u}{c}cp_1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \end{aligned}}$$

$p' = 0$: O'이 정지해 있다고 생각하는 것.

$p = \frac{u}{c}E$

$$E'^2 = m_0^2c^4, \quad \underbrace{E' = m_0c^2}_{\text{rest energy}}$$

$$E' = \frac{E - (u/c)cp_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$p_1' = 0 \Rightarrow p_1 = \frac{u}{c^2}E$

$$= \frac{E(1-u^2/c^2)}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= E\sqrt{1-u^2/c^2}$$

$$\boxed{E = \frac{E'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

우리는 이 결과를 단지
대칭성을 이용해서 얻었다.
⇒ 대칭성의 중요성.

이 대칭성을 이용하는데는 수학적
지식이 필요함을 보았다. 그러나
수학 자체는 물리는 아니다.
⇒ 대칭성을 따지고 이 "대칭성이
물리에 어떻게 발현되는가?"
를 이야기할 때부터 Physics!!

$$E = mc^2,$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}+\cdots\right)$$

$$v \ll c \longrightarrow m_0 + \frac{1}{2}m_0\frac{v^2}{c^2}$$

우리가 보았던 운동에너지

이 질량의 유도는 $\vec{F}$를 가해 일을 해준 것으로 계산할 수 있는데, $E=mc^2$을 받아들이면,

상수가 변치 않는다.

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\frac{dm\vec{v}}{dt}$$

$$c^2\frac{dm}{dt} = v\frac{dmv}{dt}$$

$2m\times$

$$c^2\frac{dm^2}{dt} = \frac{d}{dt}(m^2v^2)$$

$$\therefore c^2m^2 = v^2m^2 + A$$

integration constant

$$v=0,\quad m\to m_0,\quad A = m_0c^2$$

$$m^2 = \frac{v^2}{c^2}m^2 + m_0^2$$

$$m^2 = \frac{m_0^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

질량 m의 에너지 $= mc^2$

Δm이 에너지가 되면 $E=\Delta mc^2$을 얻는다.

밖을 보지 않고는 갇힌 방에서 움직이는지
알 수 없다. → relativity.
그러나 carousel 에서 처럼 돌고 있었다면
갇힌 방에서도 도는 것을 알 수 있다.
원심력을 느끼므로.

이 이야기를 하면 Cocktail party
철학자는 심히 고민할 것이고, 한참
생각 후 다시 돌아와서는 역시
"상대론이 맞다". 고 할 것이다. 도는 것에도
절대적인 개념은 없다! 고.

즉 "Absolute rotation" 은 없다.

다른 말로 "absolute rotation" means nothing.
우주에 우리 주위에 별이나, Nebulae 나
Galaxy 나 이런 것이 없으면,
rotation 을 갇힌 방에서 알 수 없다고
말할 것이다. 충분히 영리하다면.

여러 분은 어떻게 생각하는가?

Nothing, ..., 아무것도 없는데
갇힌 방에서는 도는 것도 잴 수 없다.
Carousel 에서의 원심력은 무엇이었는가?고
물으면 : 외부에서 motor 가 돌려주었다.

물리의 법칙이 있고, inertia 를
잴 수 있는 것은 질량이 되는
정의 되고 나서다. 이때까지는 오래전
고려했던 (정방형 building) scale
invariance 가 있다.

이 첫번째 정의하는 질량이 만유인력
상수이다 !!!.

$\underline{1}$

지난 시간에 배운 교훈은

① 몇백년 지탱되어 왔던
Newton 역학도 틀렸다.
"Everything can be wrong."

그러나, 우리의
한계 상
$v \ll c$
일 때의
역학이었다.

② Judge of the universe :
experiment

③ Physical laws :
symmetry : 대칭성과 대칭성이 깨지는
아는 것은 가장 중요하다.

Lorentz transformation:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

everything is relative

반
방
환

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

그럼 속도는 어떻게 transform 되는가?

O': $x' = v_{x'} t'$, O: $x = v_x t$

$$v_x = \frac{x' + ut'}{t' + ux'/c^2} = \frac{v_{x'} + u}{1 + u v_{x'}/c^2}$$

$$= (v_{x'} + u) \Big/ \left(1 + \frac{u v_{x'}}{c^2}\right)$$

만약 $u = \frac{1}{2}c$, $v_{x'} = \frac{1}{2}c$ 라면 $v_x = c$ 인가?

No:

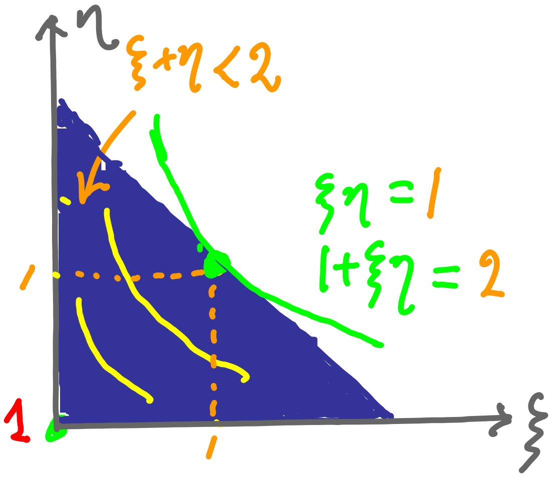
$$v_x = \frac{\frac{c}{2} + \frac{c}{2}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5}c$$

v_x는 $v_{x'} \leq c$ 인 한, 절대로 c 보다 커질 수 없다.

$v_{x'} \equiv \xi c, \quad u \equiv \eta c < c$

$$v_x / c = \frac{\xi + \eta}{1 + \xi\eta}$$

1보다 작은 $\xi+\eta$ 를
1보다 큰것으로 나눔. $1+\xi\eta$



$$I = \frac{2 + (\xi+\eta) - 2}{(1+\xi)(1+\eta) - (\xi+\eta)} \quad : \quad \xi + \eta = C \leq 2$$

$$I = \frac{(1+\xi) + (1+\eta) - 2}{(1+\xi)(1+\eta) - C} \leq \frac{(1+\xi)(1+\eta) - 2}{(1+\xi)(1+\eta) - 2} = 1$$

$a + b \leq ab$ When?

$1 \leq (a-1)(b-1)$ 일 때.

$a \geq 1, \; b \geq 1$

즉 $1+\xi \geq 1, \; 1+\eta \geq 1$ QED

$$v_y = \frac{y'\sqrt{1-u^2/c^2}}{t' + ux'/c^2} = \frac{v_{y'}\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 + uv_{x'}/c^2}$$

$$v_{x'} = 0 \Rightarrow v_{y'}\sqrt{1-u^2/c^2}$$

We can see this from time dilation : slowly moving clock.

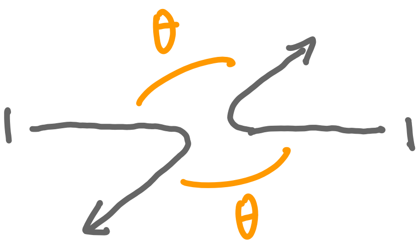
Relativistic mass accounts for all forms of energy if not looking the internal organs : to chemical energy too.

Inelastic collision = KE is not conserved.

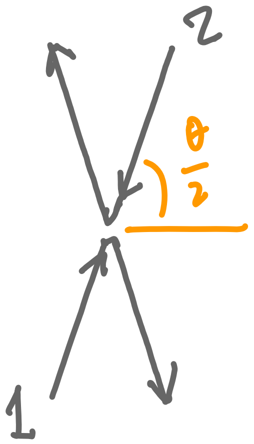
$\Rightarrow$ where did it go ? heat!!

Clever Feynman :

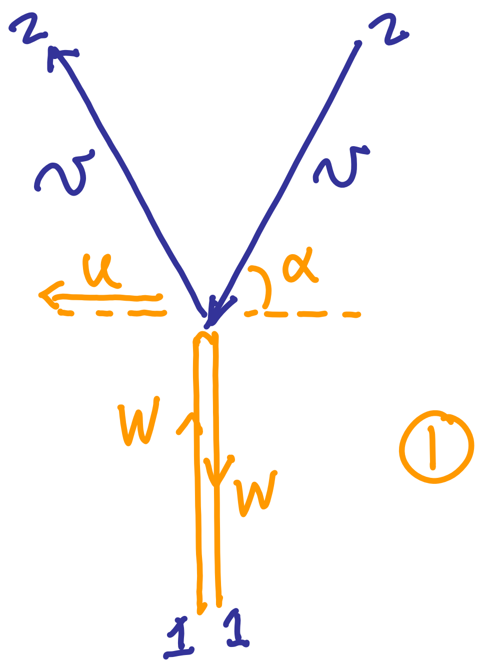
Force law 없이, conservation law 만으로



scattering plane

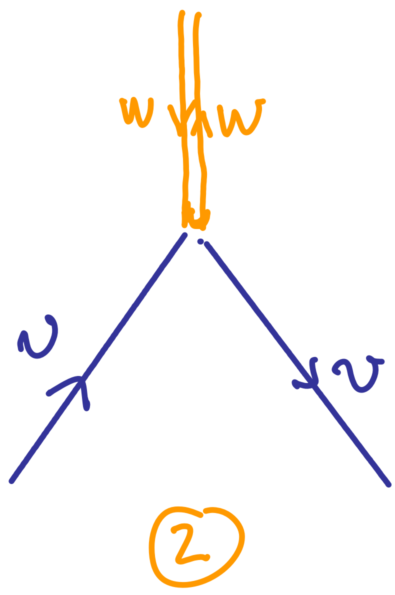


→ $\vec{v}_n$ 로 움직이는 좌안 에서 보면?



w = vertical velocity of 1

$u \tan\alpha$ = vertical velocity of 2

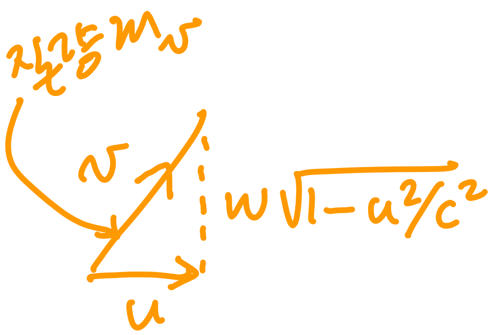


왼쪽으로 움직이는 차안에서 보면, 수직 velocity 크기는 같게 보일 것이므로,

$$u \tan\alpha = w\sqrt{1-u^2/c^2}$$

∴ ② 경우 vertical momentum change는

$$\Delta p = 2m_w w \quad \text{Ⓐ}$$



v 의 change of momentum (vertical comp.)

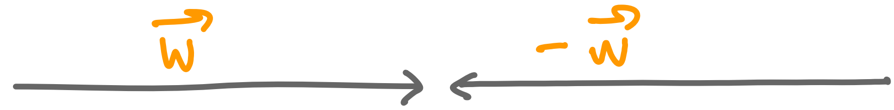
$$\Delta p' = 2m_v w\sqrt{1-u^2/c^2} \quad \text{Ⓑ}$$

momentum conservation
(x-방향으로 변위 동등 : y방향은 0)

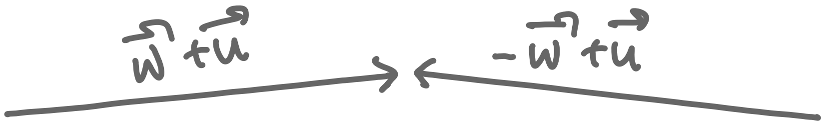
$$m_w = m_v\sqrt{1-u^2/c^2}$$

$m_w \to m_0$, $m_v \to m$: $m_u = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

Inelastic collision : p+p at CM



$\dfrac{m_0}{\sqrt{1-w^2/c^2}}$ $\dfrac{m_0}{\sqrt{1-w^2/c^2}}$



$\vec{u}$로 아래로 움직이면서 보면,

$p = 2m_w u$

충돌 후 stick 한다면 $p' = M_u u$

$\therefore M_u = 2m_w$: 아하 우리가 아는 질량 보존 법칙?

Wait : $u=0$ $M = 2m_w$

depends on the velocity of the internal particles w.

∴ Heat energy can be a form of mass energy !!!

Internal energy (hidden in M) has been considered !!

Clever Feynman

Four vectors

우리가 보았듯이
어떤 4차원
vector도
이 형태로
변환한다.
⇒ Lorentz symmetry

Lorentz transformation:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

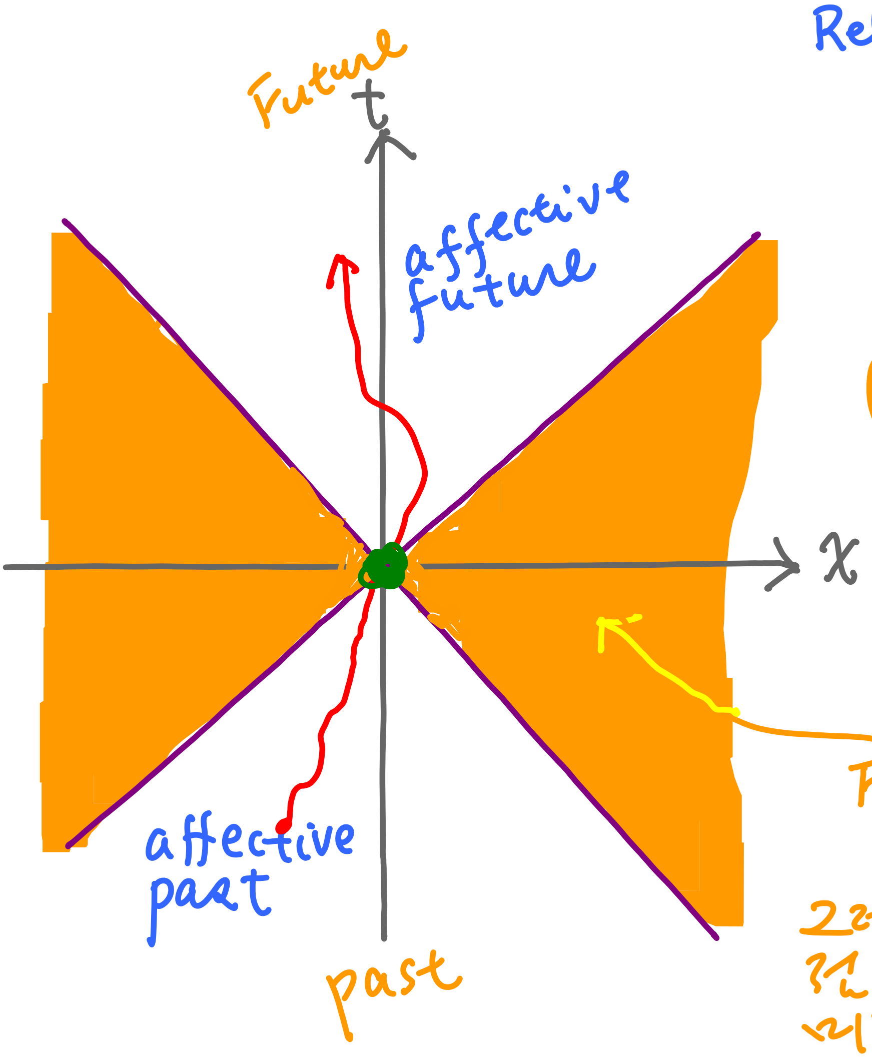
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Einstein 이전에 대칭성을 알았다면
Special theory of relativity를
얻을 수 있었을 것이다.

⇒ 대칭성의 중요성.



Rel. invariant:

$$t^2 - \left(\vec{x}/c\right)^2 \begin{cases} > 0 & \text{timelike} \\ = 0 & \text{lightlike} \\ < 0 & \text{spacelike} \end{cases}$$

spacelike point는
현재 우리에게
영향을 미치지
못했다. 여기에서의
현상을 우리는
전혀 모른다.

Fortune teller:
Not in physics

그러나 우리가 모르는
것들이 우리가 가는
미래에 영향을 미칠수있다.

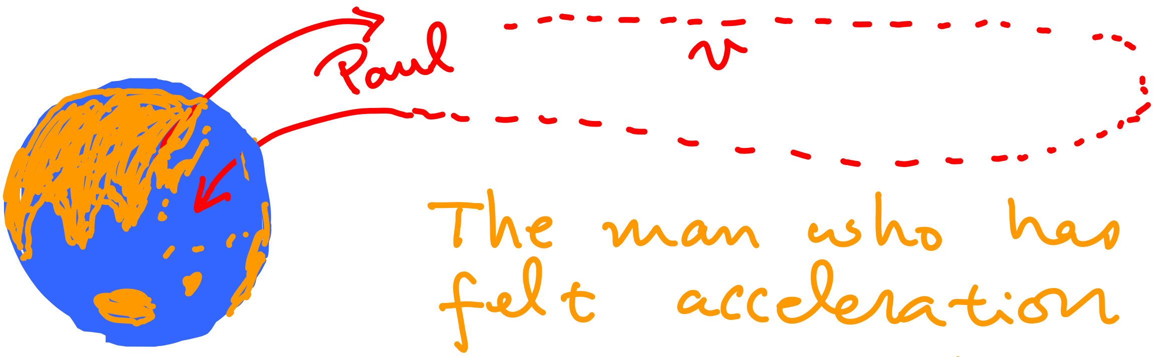
Peter : O Paul : O′

Petra (반석)
Jesus named
a fisherman
the petra of
Christianity

If Peter thinks Paul is becoming younger, Paul would thinks also that Peter is younger ; because everything is relative.

Cocktail party philosopher : "Heh, heh, heh, everything is relative. When they meet, both must be of the same age !"

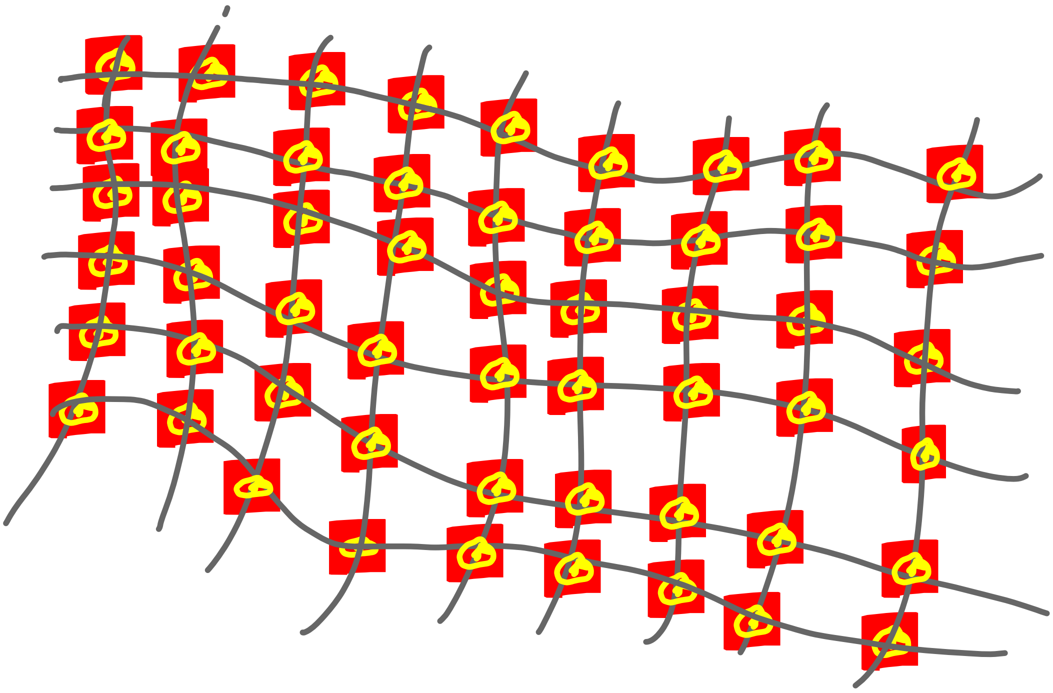
Yes, of couse Peter and Paul thinks that each observer getting older than the observed. But when do they meet to check ?



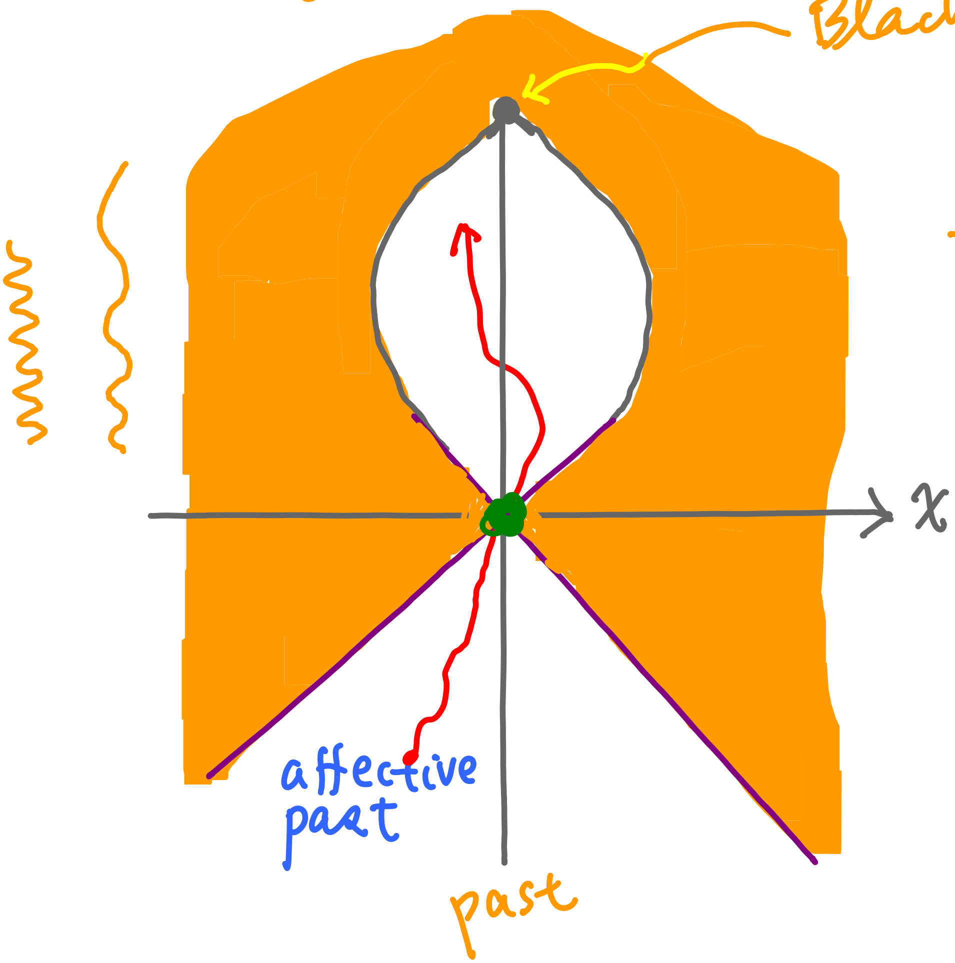
The man who has felt acceleration is younger when they meet.

시공간 :

중력을 고려할 때의 시공간은 curved.



만약 질량이 커서 시공간에 모든 빛이 빨려 들어 간다면



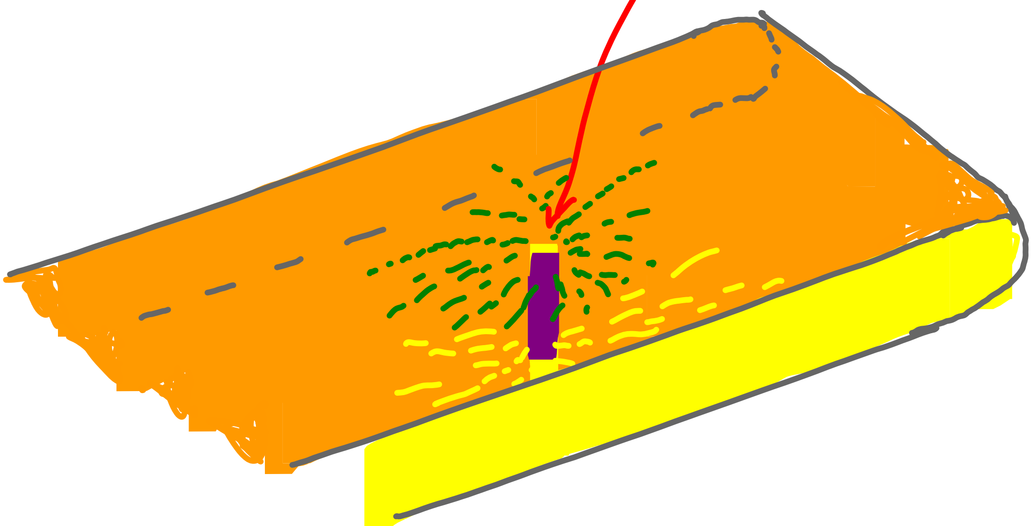
Black hole : 시공간이 찢어져 있는 것 처럼 보인다.

t = 한점 = 시계는 가지 않는다.

이것으로 유추하건대 강한 중력(가속도)을 느꼈던 사람 Paul이 더 젊다고 할수 있다.

fast travel
이론적으로만 가능

Black hole로 보아도 될 것이다.



많은 science fiction 이 있지만,
별로 믿을 것은 못 됨. 실현될
뒷 받침이 없으므로.

또한 어떤 물리로 해서
우리 의 우주와 연결된
이런
연결이 가능 하는가?

"Contact" 에 wormhole
travel 이 나옴.